Дисциплина: Численные методы

Лабораторное задание №3

Отчет

Тема: Численные методы решения спектральных задач

линейной алгебры

Выполнил:

студент 3 курса 61 группы

Шумейко С.Е.

Проверила:

старший преподаватель

Фролова О.А

1. **Постановка задачи**

Метод прямых итераций определения пары с максимальным по модулю собственным значением симметричной матрицы простой структуры.

1. **Метод решения**

Для того чтобы составить симметричную матрицу размерности , имеющую заранее известные собственные значения, можно поступить следующим образом. Пусть – диагональная матрица размерности , – собственные значения конструируемой матрицы , – случайным образом сгенерированный и пронормированный вектор ( размерности . Образуем с помощью вектора (столбца) матрицу Хаусхолдера:

,

являющуюся симметричной и ортогональной. Тогда в качестве тестируемой матрицы можно взять матрицу

,

у которой все собственные значения (элементы диагонали матрицы ) и все соответствующие им собственные векторы (столбцы матрицы Н) известны.

Итерационный процесс прекращается, если:

– достигнуты требуемые точности определения собственного значения и собственного вектора;

– число итераций превысило максимально допустимое значение.

Предполагается, что требуемая точность для собственного значения достигнута, если модуль разности двух последовательных приближений стал меньше . Аналогично считается, что точность для собственного вектора получена, если абсолютное значение угла между двумя векторами, являющимися последовательными приближениями собственного вектора, меньше .

Если брать одинаковые значения , , то точность для собственных значений достигается, вообще говоря, быстрее, чем для собственных векторов. Поэтому, несмотря на то что собственное значение получено с заданной точностью, итерационный процесс продолжается до достижения заданной точности собственного вектора.

Под мерой точности понимается максимальное по модулю отклонение компоненты вектора от нуля, т. е. первая норма вектора

Матрицей простой структуры называются матрицы, которые с помощью преобразования подобия можно привести к диагональному виду.

Если А-вещественная симметричная матрица, то она подобна диагональной матрице, причем матрица подобия Р может быть выбрана ортогональной (т.е. удовлетворяющей условию )

Степенной метод (метод прямых итераций) приспособлен для нахождения наибольшего по модулю собственного значения и соответствующего ему собственного вектора .

Пусть – произвольный вектор из . Вычисления итерационного

процесса ведутся по схеме

,

с попутным вычислением чисел

Показано, что

1. **Основные процедуры**

Входные параметры основной процедуры:

– размерность матрицы;

– двумерный массив размерности ;

– точность определения собственного значения;

– точность определения собственного вектора;

– максимально допустимое число итераций.

Выходные параметры основной процедуры:

– код завершения;

– максимальное по модулю собственное значение

– собственный вектор, соответствующий собственному значению ;

– число выполненных итераций;

– мера точности полученной пары .

Transp – транспонирование матрицы

E – создание единичной матрицы

Normalizing – нормирование матрицы

Generation – вычисление матрицы Хаусхолдера и тестируемой матрицы

Solution – вычисление новых

Test - вычисление точностей

1. **Результаты вычислительных экспериментов**

**Результаты тестирования**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  теста | Размерность системы  N | Диапазон  значений λ | Точность  () | Ср. оценка  Точности  собств. значений | Ср. оценка  точности собств. векторов | Средняя мера точности r | Среднее число итераций |
| 1 | 10 | 2 | 1e-5 | 2,9915E-04 | 3,8168E-02 | 6,9058E-05 | 716,7 |
| 2 | 10 | 2 | 1e-8 | 3,8883E-06 | 7,1491E-05 | 2,1057E-03 | 622,3 |
| 3 | 10 | 50 | 1e-5 | 2,6782E-05 | 1,4930E-03 | 3,9891E-01 | 692,2 |
| 4 | 10 | 50 | 1e-8 | 9,9517E-11 | 1,9632E-06 | 7,0973E-05 | 907,8 |
| 5 | 30 | 2 | 1e-5 | 3,9082E-01 | 7,8933E-02 | 4,8584E-02 | 610,7 |
| 6 | 30 | 2 | 1e-8 | 2,0042E-01 | 3,5661E-02 | 2,2264E-01 | 801,6 |
| 7 | 30 | 50 | 1e-5 | 3,1665E+00 | 1,4880E-02 | 3,0313E+02 | 920,8 |
| 8 | 30 | 50 | 1e-8 | 8,3076E-03 | 1,1278E-03 | 1,1203E+01 | 708,1 |
| 9 | 50 | 2 | 1e-5 | 6,9820E-06 | 1,8167E-03 | 3,3987E-04 | 956,6 |
| 10 | 50 | 2 | 1e-8 | 7,6300E-05 | 1,5308E-03 | 1,1144E-02 | 905,3 |
| 11 | 50 | 50 | 1e-5 | 1,0179E-02 | 4,1664E-03 | 2,1251E+01 | 837,1 |
| 12 | 50 | 50 | 1e-8 | 1,7598E-01 | 2,6553E-03 | 6,9702E+01 | 876,2 |